Apellido y Nombre:______________________

Carnet: ________________________

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
Departamento de Mecánica
Período Abril Julio 2006
Mecánica de Materiales II. MC-2142

Examen 3

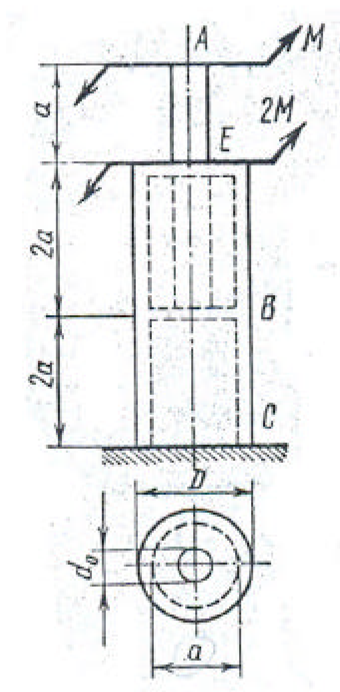
Problema 1 (8 ptos) Un tubo de longitud 4.a, de diámetros D y d, está empotrado en su extremo inferior C. En la parte superior del tubo se introduce el extremo inferior de longitud 2.a, una barra de sección circular de diámetro:

$$d_0 = \frac{D}{2} = \frac{5 \cdot d}{8}.$$

El extremo inferior B de la barra se empotra rígidamente en el tubo y el extremo superior E del tubo, en la barra. Alrededor del eje geométrico del sistema, en la sección extrema A de la parte sobresaliente de la barra, actúa un momento M y sobre la sección superior E del tubo, un momento 2M.

1. Determine el esfuerzo de corte máximo en la barra y en el tubo.
2. Determine la rotación A-C.

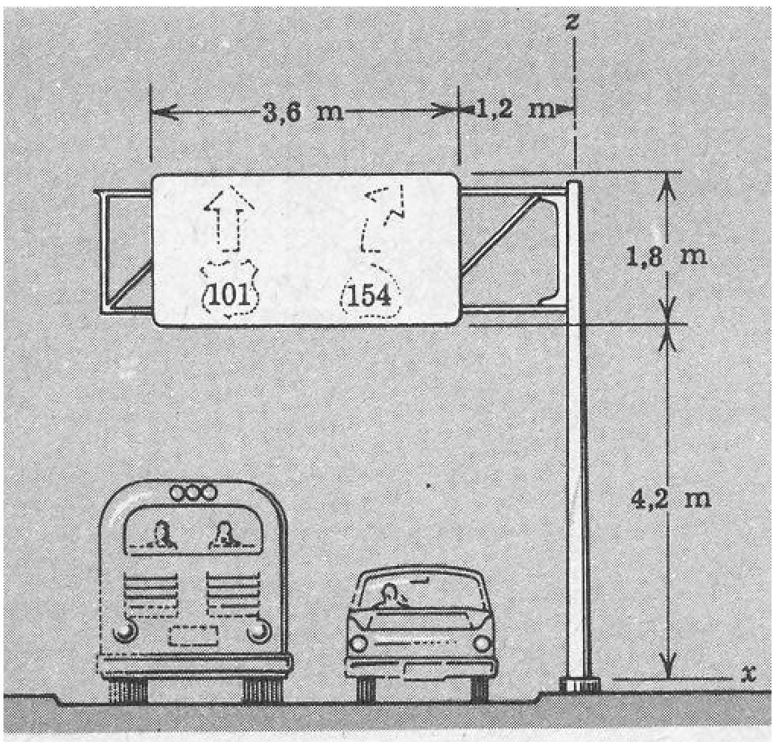
Considere que el tubo y la barra son de igual material y tienen módulo de corte G. Exprese sus resultados en función de "M", "d_0" y "a"

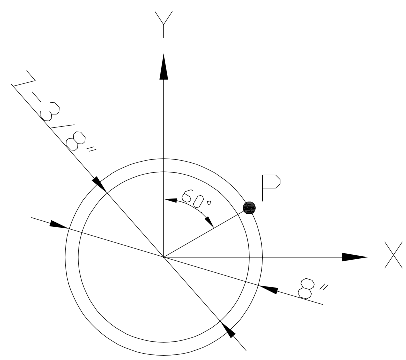


Problema 2 (12 ptos). Un cartel de una autopista, que mide 3.6m por 1.8m, está soportado por un mástil en la forma que se indica. El cartel y la estructura que lo soporta, excluido el poste pesan en conjunto 300 kgf teniendo su centro de gravedad a 3.6m del eje del mástil. El cartel se halla sometido a la acción directa del viento y este origina una presión sobre el cartel de 100 kgf/m^2.

El mástil está hecho de un tubo circular de diámetro externo 8" y diámetro interno 7-3/8" con límite de fluencia 2500 kgf/cm^2. El mástil pesa 45.5 kgf/m.

1. Calcule el esfuerzo normal en el punto P mostrado en la figura, ubicado en la base del mástil.
2. Determine según la teoría de Von Misses si el mástil falla. Utilice dos (2) como factor de seguridad.



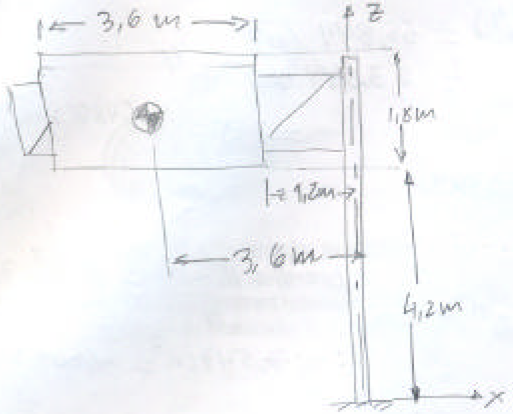


Von Misses:

$$\tau_{oct} \le \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{Sy}{\psi}$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6 \cdot \left[(\tau_{xy})^2 + (\tau_{xz})^2 + (\tau_{yz})^2\right]}$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_1)^2}$$



Peso del cartel + estructura = 300 kgf

CG = 3.6m

Presión viento = 100 kgf/m^2

Tubo: De = 8''

Di = 7 3/8''

Sy = 2500 kgf/cm^2

Peso del tubo = 45,5 kgf/m

$\psi = 2$, Von Misses.

$$\tau_{oct} = \sqrt{(\sigma_3-\sigma_1)^2 + (\sigma_2-\sigma_1)^2 + (\sigma_3-\sigma_2)^2}\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3}\frac{S_y}{\psi} \qquad \sqrt{} = \sqrt{2}\frac{S_y}{\psi}$$

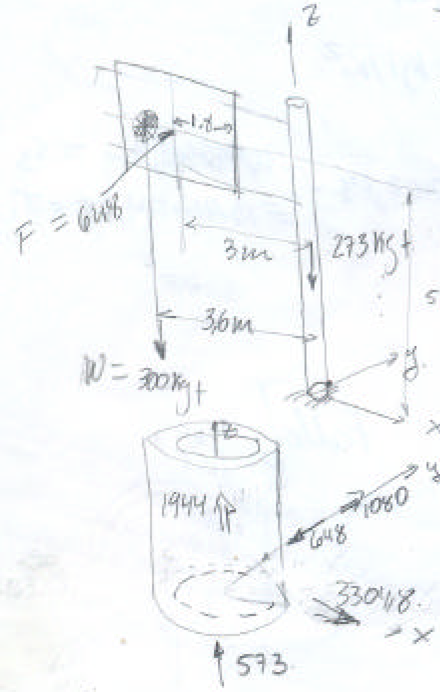
Solución

Fuerza que origina el viento $\rightarrow$ $F = A \times P = (3{,}6 \times 1{,}8)\,m^2 \times 100\,kgf/m^2$

$F = 648\ kgf$

Peso del tubo $\Rightarrow$ $P_t = (4{,}2m + 1{,}8m) \times 45{,}5\,kgf/m =$

$P_t = 273\ kgf$



TRASLACIÓN DE CARGAS AL EMPOTRAMIENTO.

$\overline{M_F} = \overline{r_F} \times \overline{F} = (-3\hat{i} + 0\hat{j} + 5{,}1\hat{k}) \times (0\hat{i} + 648\hat{j} + 0\hat{k})$

$\overline{M_F} = (-3304{,}8\hat{i} + 0\hat{j} - 1944\hat{k})$ kgf×m

$\overline{M_W} = \overline{r_W} \times \overline{F} = (-3{,}6\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) \times (0\hat{i} + 0\hat{j} - 300\hat{k})$

$\overline{M_W} = 0\hat{i} - 1080\hat{j} + 0\hat{k}$

$\boxed{\overline{M_R} = -3304{,}8\hat{i} - 1080\hat{j} - 1944\hat{k}}$ kgf×m

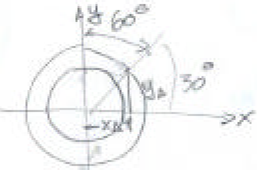
$\overline{F_R} = 0\hat{i} + 648\hat{j} - 300\hat{k} - 273\hat{k}$

$\boxed{\overline{F_R} = 0\hat{i} + 648\hat{j} - 573\hat{k}}$ kgf

El mástil en la base tiene estas fuerzas en igual magnitud pero dirección contraria

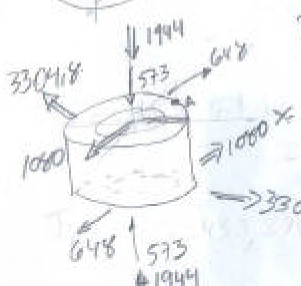
$$I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64}\left((8\,in)^4 - (7{,}375)^4\right) = 55{,}844\ in^4$$
$$= 2{,}3244 \times 10^{-5}\,m^4$$
$$\Rightarrow J = 4{,}6488 \times 10^{-5}\,m^4$$

Punto A:



$$x_A = \frac{D}{2} \cdot \cos 30° = \frac{8}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} = 3{,}464''$$
$$x_A = 8{,}798 \times 10^{-2}\,m$$
$$y_A = \frac{D}{2}\,\text{sen}\,30° = \frac{8}{2} \cdot 1/2 = 2''$$
$$y_A = 0{,}0508$$

$$A = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi(8^2 - 7{,}375^2)}{4}$$
$$= 7{,}547\,in^2 = 4{,}869 \times 10^{-3}\,m^2$$



$$\sigma_A = \frac{Mx \cdot y_A}{I} + \frac{My \cdot x_A}{I} + \frac{P}{A}$$
$$= -\frac{3304{,}8\,Kgf \times m \cdot 0{,}0508\,m}{2{,}3244 \times 10^{-5}\,m^4} + \frac{1080\,Kgf \times m \cdot 8{,}798 \times 10^{-2}\,m}{2{,}3244 \times 10^{-5}\,m^4} - \frac{573\,Kgf}{4{,}869 \times 10^{-3}\,m^2}$$
$$= -722{,}26\,Kgf/cm^2 + 408{,}78\,Kgf/cm^2 - 11{,}768\,Kgf/cm^2$$
$$\boxed{\sigma_A = -325{,}24\,Kgf/cm^2}$$

Verificación falla

$$M_R = 3476{,}79\ Kgf \times m$$

$$\sigma_{max} = \frac{(-3476{,}79\,Kgf \times m) \cdot (8''/2)\left(\frac{0{,}0254\,m}{1\,in}\right)}{2{,}3244 \times 10^{-5}\,m^4} - \frac{573}{4{,}869 \times 10^{-3}}$$
$$= -1519{,}71\,Kgf/cm^2 - 11{,}768\,Kgf/cm^2$$
$$= 1531{,}48\,Kgf/cm^2$$

$$\sigma_{max} = -15314825{,}17\,Kgf/m^2$$

$$\tau = \frac{(1944\,Kgf \times m) \cdot (8''/2)\left(\frac{0{,}0254\,m}{1\,in}\right)}{4{,}6488 \times 10^{-5}\,m^4} = 4248631{,}90\ Kgf/m^2$$

$$\sigma_{3,1} = \sigma/2 \pm \sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2} = -7657412{,}58 \pm 8757102{,}29 \begin{cases} 1099689{,}70 = \sigma_3 \\ -16414514{,}88 = \sigma_1 \end{cases}$$

$$\sqrt{(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_2 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2} = 2402{,}9\ Kgf/cm^2$$

$$\sqrt{2}\,\frac{S_y}{4} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2500\,Kgf/cm^2}{2} = 1767{,}76\ Kgf/cm^2 \quad - \quad \text{Falla!}$$